

Joachim Stiller

Einführung in die Logik

Präsentation

Alle Rechte vorbehalten

2.1 Logik – Übersicht

- Die klassische Logik von Aristoteles**
 - Die Begriffe**
 - Die Definitionslehre**
 - Die Kategorien**
 - Die Urteile**
 - Metalogische Sätze**
 - Die Schlüsse**
 - Syllogistik**
 - Der Beweis**
- Aussagenlogik (Frege, Wittgenstein I)**
 - Wahrheitstabeln**
 - Junktoren**
- Prädikatenlogik**
 - Quantoren**
- Weitere Logiken**
 - Mehrwertige Logik**
 - Modallogik**
 - Epistemische Logik und doxologische Logik**
 - Normenlogik oder deontische Logik**
 - Interrogativlogik**
- Literaturhinweise**

2.2 Logik

Unter „Logik“ (altgriechisch: *logike techne*: „denkende Kunst“, „Vorgehensweise“), abgeleitet von dem Wort „Logos“ (Wort, Rede, Sinn, Vernunft), versteht man die Lehre des (formal!!!) richtigen Denkens, Argumentierens und Schließens. Der Begriff wurde von dem Stoiker Zenon von Kiton geprägt.

Geschichte der Logik

Es gibt grob zwei große Phasen der Logik:

1. Phase: Beginn mit Aristoteles (384 v.Chr. – 322 v.Chr.). Aristoteles ist praktisch der Erfinder der Logik, er nennt sie allerdings noch nicht so, sondern „Analytik“ oder anders. Aristoteles legt sie dar in seinem Schriftenkonvolut „Organon“, das aus 6 bzw. 7 Einzelbüchern besteht (das ist kontrovers).

Benennung: „klassische Logik“

Diese klassische Logik, die Aristoteles im Organon grundgelegt hat (was er sehr gründlich gemacht hat), hatte über 2000 Jahre Bestand, praktisch bis zum Ende des 19. Jhd.

2. Phase: Beginn (grob) mit Gottlob Frege (1848-1925): „Begriffsschrift, eine der arithmetischen Formelsprache nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens“ oder kurz „Begriffsschrift“ (1879)

Benennung: „moderne Logik“, „mathematische Logik“, „Logistik“ (etwas veraltet)

Die moderne oder mathematische Logik ist bis heute gültig; sie ist ständig weiterentwickelt und ergänzt worden,

Die klassische Logik orientiert sich an der Normalsprache, die moderne Logik an der Mathematik!

Diese klassische Logik, die Aristoteles im Organon grundgelegt hat (was er sehr gründlich gemacht hat), hatte über 2000 Jahre Bestand, praktisch bis zum Ende des 19. Jhd.

2.3 Klassische Logik – Organon

Das Organon (Werkzeug) umfasst 6 oder 7 Bücher, je nach Standpunkt (das ist kontrovers.

Als die eigentlichen 6 Bücher des Organon werden unterschieden:

- Von den Kategorien (Kategorien, Kategorienschrift)**
- Lehre vom Satz (Lehre vom Urteil)**
- Erste Analytik**
- Zweite Analytik**
- Topik**
- (Rhetorik?)**
- Sophistische Widerlegungen**

Die Gruppierung dieser Schriften unter dem Titel „Organon“ geht nicht auf Aristoteles zurück, sondern auf die Ausgabe des Andronikos von Rhodos. Andronikos stellt die im Organon zusammengefassten Schriften den übrigen Werken des Aristoteles voran. Auch die Anordnung der Schriften innerhalb des Organon beruht auf Andronikos' Auffassung, dass deren Reihenfolge sich aus dem systematischen Fortschreiten des aristotelischen Denkens vom Einfachen zum Zusammengesetzten ergibt.

Die Rhetorik gehört eigentlich noch mit zum Organon, denn sie schließt sich inhaltlich unmittelbar an die Topik an... Sie müsste also eigentlich dort eingegliedert werden (wie gesagt, das ist kontrovers).

2.4 Klassische Logik – Organon (2)

Das Organon (Werkzeug) beschäftigt sich im Prinzip mit folgenden Themen, und in diesem Sinne war auch die Anordnung des Andronikos von Rhodes gemeint:

- die Begriffe
- die Definitionen
- die Kategorien
- die Urteile
- die metalogischen Sätze
- die Schlüsse
- die Syllogistik
- die Beweise

Die Begriffe

Verstandesmäßiges Denken vollzieht sich in Begriffen. Aristoteles unterscheide die folgende Arten von Begriffen, wenngleich er noch andere Ausdrücke verwendet:

reine Verstandesbegriffe	Kategorien	-----	-----
abstrakte Allgemeinbegriffe	Gattungsbegriffe	Wesen	3. Substanz
konkrete Allgemeinbegriffe	Artbegriffe	Substanz	2. Substanz
konkrete Individualbegriffe	Namen	Erscheinung	1. Substanz

Das ist in der Kategorienschrift noch vereinfacht. Dort unterscheidet Aristoteles nur 1. und 2. Substanz. Erst in den drei Substanzbüchern der Metaphysik, dem Spätwerk, wird es weiter ausdifferenziert.

2.5 Die Definitionen

Definitionen sind notwendig zur Gewinnung klarer, für das wissenschaftliche Denken brauchbare Begriffe

Definitionslehre:

1. Zu definierender Gegenstand ist in eine Klasse einzuordnen

Beispiel: Der Mensch ist ein „Lebewesen“

2. Gegenstand muss von anderen Gegenständen gleicher Klasse abgegrenzt werden

Beispiel: Der Mensch ist ein „vernunftbegabtes“ Lebewesen (oder sprechendes, oder Werkzeug gebrauchendes oder worin immer man den kennzeichnenden Unterschied sehen will)

3. Definitionen enthalten also ein trennendes, unterscheidendes und ein verbindendes, gemeinsames Merkmal (bzw. mehrere)

2.6 Die Definitionen (2)

Es gibt Begriffe höherer und geringerer Allgemeinheit

- Man kann von Gattungsbegriffen über Artbegriffe zu den Einzeldingen absteigen

Beispiel: Lebewesen – Säugetier – Hund – Dackel – Langhaardackel – brauner Langhaardackel – „dieser“ braune Langhaardackel

- Man kann umgekehrt auch von den Einzeldingen über die Artbegriffe zu den Gattungsbegriffen aufsteigen, dann landet man irgendwann bei den Kategorie

Die Kategorien

Kategorie: Gattungsbegriff, der keinen gemeinsamen Oberbegriff mehr hat, also ursprünglicher Begriff oder Grundbegriff aller anderen ist

Aristoteles unterscheidet zehn Kategorien:

Substanz, Quantität (Menge), Qualität (Beschaffenheit), Relation (Beziehung), Ort, Zeitpunkt, Lage, Haben, Wirken (Tun), leiden (Erleiden)

2.7 Die Kategorien bei Kant

In der Neuzeit hat Immanuel Kant einen bedeutenden Versuch unternommen, eine „Tafel“ der Kategorien zu schaffen (Trippelschema). Hier das Schema in bereits modifizierter Form, um einige „blinde Fenster“ (Schopenhauer) zu eliminieren:

1. Quantität

Einheit

Vielheit

Allheit

2. Qualität

Superlativ

Komparativ

Positiv

3. Relation

Substanz und Akzidens

Ursache und Wirkung

Gemeinschaft (Wechselwirkung)

4. Modalität

Möglichkeit - Unmöglichkeit

Dasein – Nichtsein

Notwendigkeit - Zufälligkeit

2.8 Die Kategorien bei mir (Trippelschema)

Auch ich habe eine neue Tafel der Kategorien aufgestellt (Trippelschema). Hier einmal die komplette Übersicht:

Quantität Allheit Vielheit Einheit	Qualität Superlativ Komparativ Positiv	Substanz Gattungsbegriff Artbegriff Individualbegriff
Relation Kausalität Zeit Raum	Tätigkeit Aktiva Passiva Neutrim	Modalität Möglichkeit Notwendigkeit Zufälligkeit

Ich unterscheide also zunächst 18 Kategorien im Sinne Kants. Es versteht sich als Erweiterung von Kant.

2.9 Die Kategorien bei mir (Quadruppelschema)

Ich habe aber noch eine weitere Tafel der Kategorien aufgestellt (Quadruppelschema). Hier einmal die komplette Übersicht:

Quantität Allheit Vielheit Einheit Keinheit	Qualität Superlativ Komparativ Positiv Negation	Substanz Gattungsbegriff Artbegriff Individualbegriff Stoff, Materie
Relation Rationalität Kausalität Zeit Raum	Tätigkeit Aktiva Passiva Haben Sein	Modalität Müssen Solle Dürfen Können

Ich unterscheide am Ende sogar 24 Kategorien. Dieses ganz neue System versteht sich als Syntheseversuche von Aristoteles, Kant und Nicolai Hartmann.

2.10 Die Urteile

Begriffe verknüpfen wir zu Sätzen oder Urteilen (im logischen Sinne, nicht im juristischen)

Urteile verknüpfen mindestens zwei Begriffe miteinander, Subjekt und Prädikat

Subjekt: Begriff, über den etwas ausgesagt wird

Prädikat: Aussage, die über das Subjekt gemacht wird

Aristoteles unterscheidet bereits die folgenden Klassen von Urteilen (mit je einem Beispiel):

- allgemeine Urteile

Alle Nelken welken.

- besondere Urteile

Einige Nelken duften nicht.

- Einzelurteile

Diese Nelke ist gelb.

- bejahende Urteile

Diese Nelke ist rot.

- verneinende Urteile

Diese Nelke ist nicht rot.

- kategorische (unbedingte) Urteile

Diese Nelke muss heute aufblühen.

- apodiktische (notwendiges) Urteile

Diese Nelke blüht.

- problematische (vermutendes) Urteil

Diese Nelke kann heute noch aufblühen.

2.11 Die Urteile bei Kant

Kant hat die Aristotelische Liste der Klassen von Urteilen erheblich erweitert. Er gibt die folgenden Beispiele:

Allgemeines Urteil:	Alle Menschen sind sterblich.
Besonderes Urteil:	Einige Sterne sind Planeten.
Einzelurteile:	Kant ist ein Philosoph.
Bejahendes Urteil:	Diese Rose ist rot.
Verneinendes Urteil:	Jene Rose ist nicht rot.
Unendliches Urteil:	Diese Rose ist nicht duftend (was immer sie sonst sei, dafür bleiben unendlich viele Möglichkeiten offen, daher unendliches Urteil).
Unbedingtes Urteil:	Dieses Dreieck hat einen rechten Winkel.
Bedingtes Urteil:	Wenn ein Dreieck einen rechten Winkel hat, sind die beiden anderen spitz.
Ausschließendes Urteil:	Ein Dreieck ist entweder rechtwinklig oder spitzwinklig oder stumpfwinklig.
Vermutendes Urteil:	Diese Rose kann heute aufblühen.
Behauptendes Urteil:	Diese Rose wird heute aufblühen
Notwendiges Urteil:	Diese rose muss heute aufblühen.

2.12 Die Urteile bei Kant (2)

In der Neuzeit hat Immanuel Kant einen bedeutenden Versuch unternommen, eine „Tafel“ der Urteile zu schaffen (Trippelschema). Hier das Schema in bereits modifizierter Form, um einige „blinde Fenster“ (Schopenhauer) zu eliminieren:

1. Quantität

(Umfang der Gültigkeit des Urteils)

allgemeine

besondere

einzelne

2. Qualität

(Qualität der Gültigkeit des Urteils)

superlative

komparative

positive

3. Relation

(Art der Beziehung)

kategorische (unbedingte)

hypothetische (bedingte)

disjunktive (ausschließende)

4. Modalität

(Art der Gültigkeit der Beziehung)

problematische (vermutende)

assertorische (behauptende)

apodiktische (notwendig)

2.13 Die metalogischen Sätze

Die klassische Logik ist grundsätzlich eine zweiwertige Logik

Zweiwertigkeit: Eine Aussage ist entweder wahr oder falsch, aber nichts Drittes

Um die klassische Logik als zweiwertige Logik grundzulegen, hat Aristoteles mehrere metalogische Sätze aufgestellt. Diese sind:

- **der Satz der Identität ($a = a$)**
- **der Satz vom „ausgeschlossenen“ Widerspruch**
- **der Satz vom „ausgeschlossenen“ Dritten**
- **der Satz vom „zureichenden“ Grund**

Ich selbst habe diese Liste erheblich erweitert. Ich unterscheide die folgenden metalogischen Sätze:

- **der Satz der Identität ($a = a$)**
- **der Satz des Unterschieds (a ungleich b)**
- **der Satz der Synonymität ($a = b$)**
- **der Satz der Homonymität (a ungleich a)**
- **der Satz vom „ausgeschlossenen“ Widerspruch**
 - „Etwas, das ist, kann nicht gleichzeitig und in derselben Hinsicht nicht sein.“
- **der Satz vom „ausgeschlossenen“ Dritten**
 - „Zwischen Sein und Nichtsein desselben Sachverhaltes gibt es kein Drittes.“
- **der Satz vom „zureichenden“ Grund**
 - „Nichts ist ohne Grund.“ (bei Aristoteles und Plotin)
 - „Es gibt immer einen zureichenden Grund, warum etwas ist, warum etwas geschieht oder warum eine Aussage wahr ist.“ (Reformulierung bei Leibnitz)

2.14 Die Schlüsse

Urteile verbinden wir zu Schlüssen

(Klassisches) Beispiel für einen logischen Schluss:

Alle Menschen sind sterblich.

Sokrates ist ein Mensch.

Also: Sokrates ist sterblich.

**Wir haben zwei Obersätze (Prämissen) aus denen der Schlusssatz (Konklusion) folgt
Das Ganze ist der Schluss. In diesem Beispiel hat der Schluss die „logische Form“:**

Alle A sind B

Dieses C ist A

Also: Dieses C ist B

Um zu entscheiden, ob ein Schluss (Syllogismus) „formal“ gültig ist, darf man sich nur die logische Form anschauen. Man muss also von allen Inhalten abstrahieren. Die Buchstaben sind dabei nur Platzhalter. Die Lehre vom Schluss ist das Kernstück der aristotelischen Logik. Sie wird „Syllogistik“ genannt.

2.15 Die Syllogistik

„Syllogistik“ kommt von griech. syllogismos = Schluss, Syllogistik = Schlusslehre

Thema sind die logischen Schlüsse, die zwischen bestimmten Typen von Aussagen bestehen, nämlich

- Alle S sind P (allgemein bejahend)
- Kein S ist P (allgemein verneinend)
- Einige S sind P (partikulär, bejahend)
- Einige S sind nicht P (partikulär, verneinend)

Vielleicht versucht man mal, dieses Schema dem Quantorenschema der Prädikatenlogik anzupassen.
Das müsste eigentlich ganz interessant sein.

S heißt in dem obigen Schema „Subjektbegriff“, P heißt „Prädikatsbegriff“
(Ebenfalls klassisches) Beispiel für einen syllogistischen Schluss:

Alle Griechen sind Menschen.

Alle Menschen sind sterblich.

Also Alle Griechen sind sterblich.

Die „logische Form“ ist hier:

Alle A sind B

Alle B sind C

Also Alle A sind C

Wir könne anhand der reinen logischen Form jeder Zeit entscheiden, ob der Schluss „formal“ gültig ist.
Ob er auch „inhaltlich“ gültig ist, steht dabei auf einem ganz anderen Blatt.

2.16 Die Beweise

Schlüsse endlich bilden die Grundlage von Argumentationen, Argumentationsketten und Beweisen

Beweis ist die (logisch) zwingende Herleitung eines Satzes aus anderen Sätzen mit Hilfe von Schlüssen und Argumenten

Dasjenige, aus dem eine Behauptung bewiesen werden soll, muss natürlich seinerseits gesichert sein

Man muss es also wiederum aus übergeordneten Sätzen beweisen können

Setzt man das fort, so wird man zwangsläufig auf eine Grenze stoßen, auf Sätze allgemeinsten Charakters, die ihrerseits nicht mehr weiter bewiesen werden können

Diese allgemeinsten Sätze sind die metalogischen Sätze, die wir schon angesprochen hatten

Damit kann die Betrachtung der klassischen Logik abgeschlossen werden. Wir kommen nun zur modernen Logik

2.17 Moderne Logik

Ursprünglicher Zweck: Formalisierung der Schlussweisen der Mathematik

Drei wichtige Unterscheidungen von klassischer und moderner Logik:

1. Unterschied:

Moderne Logik geht in ihrem Umfang weit über die Syllogistik hinaus: Syllogistik erfasst nicht alle gültigen Schlüsse

Beispiel:

Alle Pferde sind Tiere

Also: Alle Köpfe von Pferden sind Köpfe von Tieren

Dieser Schluss ist syllogistisch nicht erfassbar

2.18 Moderne Logik (2)

2. Unterschied:

**In der Syllogistik wir bei „Alle S sind P“ vorausgesetzt, dass es Gegenstände der Art S tatsächlich gibt:
„Existenzpräsupposition für den Subjektbegriff“ („Präsupposition“: stillschweigende Vorannahme)**

Das schließt an die Umgangssprache an

Beispiel: All 8-jährigen Teilnehmer der Vorlesung sind krank

Diese Existenzpräsupposition wird in der modernen Logik nicht gemacht (genau so, wie in der Mathematik)

Das führt zu Unterschieden bei gültigen Schlüssen:

Klassische folgt aus „Alle S sind P“: „Einige S sind P“

Dieser Schluss gilt in der modernen Logik nicht

Moderne Logik (3)

3. Unterschied:

Der formale Teil der modernen Logik ist selbst ein Teil der Mathematik:

„mathematische Logik“

Die klassische Logik war von der Mathematik unabhängig

2.19 Moderne Logik – Aussagenlogik

In der Aussagenlogik werden Aussagen miteinander verknüpft. Die Verknüpfung, die umgangssprachlich mit „und“ ausgedrückt wird, lautet dann $p \& q$ (eigentlich ein Hütchen, aber das steht mir auf der Tastatur nicht zur Verfügung), die Verknüpfung „oder“ $p \vee q$. Die Verneinung wird mit einem Minuszeichen dargestellt: $\neg p$.

Der Wahrheitswert der zusammengesetzten Aussagen hängt also ausschließlich vom Wahrheitswert der Teilaussagen ab. Diesen Zusammenhang stellt man in Wahrheitstafeln dar. Eine solche Wahrheitstafel würde für die „Konjunktion“ $p \& q$ „so“ aussehen

p	q	$p \& q$ (p und q)
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	f

2.20 Moderne Logik – Aussagenlogik (2)

Die Wahrheitstafel für die „Disjunktion“ $p \vee q$ würde dann „so“ aussehen:

p	q	$p \vee q$ (p oder q)

w	w	w
w	f	w
f	w	w
f	f	f

Die Zeichen für die Verknüpfungsvorschrift ($\&$, \vee , \rightarrow , \leftarrow) werden „Junktoren“ genannt insgesamt gibt es genau 16 Junktoren, von denen aber nur 5-8 tatsächlich gebräuchlich sind.

Die „Implikation“ (\rightarrow) wird „so“ gelesen: „Immer wenn p, dann q“. Die dazugehörige Wahrheitstafel sieht dann „so“ aus:

p	q	$p \rightarrow q$ (immer wenn p, dann q)

w	w	w
w	f	f
f	w	w
f	f	w

2.21 Moderne Logik – Aussagenlogik (3)

Kommen wir nun zu den aussagelogischen Schlüssen, denn die sind es, die uns interessieren:

1. Modus ponens (Implikation)

$$\begin{array}{c} (X \rightarrow Y) \\ X \\ \hline Y \end{array}$$

2. Modus tollens (Implikation)

$$\begin{array}{c} (X \rightarrow Y) \\ \neg Y \\ \hline \neg X \end{array}$$

Notwendige und hinreichende Bedingungen

Seien p und q Sachverhalte;

(1) Wenn gilt (d.h., wenn wahr ist): immer wenn p, dann q (Implikation); dann heißt p *hinreichende Bedingung* für q und q *notwendige Bedingung* für p.

2.22 Moderne Logik – Aussagenlogik (4)

Die „Replikation“ (\leftrightarrow) wird „so“ gelesen: „Nur wenn p, dann q“. Die dazugehörige Wahrheitstafel sieht dann „so“ aus:

p	q	$p \leftrightarrow q$ (nur wenn p, dann q)
<hr/>		
w	w	w
w	f	w
f	w	f
f	f	w

2.23 Moderne Logik – Aussagenlogik (5)

Kommen wir nun zu den aussagelogischen Schlüssen, denn die sind es, die uns interessieren:

3. Modus ponens (Replikation)

$$\begin{array}{c} (X \leftarrow Y) \\ Y \\ \hline X \end{array}$$

4. Modus tollens (Replikation)

$$\begin{array}{c} (X \leftarrow Y) \\ \neg X \\ \hline \neg Y \end{array}$$

Notwendige und hinreichende Bedingungen

Seien p und q Sachverhalte;

(2) Wenn gilt (d.h., wenn wahr ist): „nur“ wenn p, dann q (Replikation); dann heißt p *notwendige Bedingung* für q und q *hinreichende Bedingung* für p.

2.24 Moderne Logik – Prädikatenlogik

Moderne Form und Erweiterung der Syllogistik

Typische Aussage (Teil eines Schlusses):

Alle Hörer der Vorlesung langweilen sich

Reformulierung mit dem „Allquantor“ „ $\forall x$ “ für „alle x “ und einem Bereich:

$\forall x$ (x langweilt sich), Bereich: Hörer dieser Vorlesung

Prädikatenlogische Form: $\forall xLx$

L ist Platzhalter für ein Prädikat, Bereich ist weggefallen

Weiteres Zeichen: „Existenzquantor“ „ $\exists x$ “ steht für „Es gibt mindestens ein x “

Prädikatenlogische Form: $\exists xLx$

2.25 Weitere Logikgebiete

- Mehrwertige Logik: Das Prinzip der zweiwertigen Logik wird aufgegeben

Zweiwertigkeit: Eine Aussage ist entweder wahr oder falsch, aber nichts Drittes

Z.B. dreiwertige Logik mit drittem Wahrheitswert „unbestimmt“ (Fuzzy-Logik)

Das kann theoretisch bis zu einer n-Wertigkeit gehen

Zweiwertigkeit gilt in der Alltagssprache fast nie, aber in der Mathematik fast immer

- Modallogik: Logik für Aussagen, die „Es ist möglich, dass p“ oder „Es ist notwendig, dass p“ enthält

- Epistemische Logik und doxologische Logik: Logik der Wissensaussagen und der Glaubensaussagen

- Normenlogik oder deontische Logik: Logik der Normsätze und Imperative

- Interrogativlogik: Logik der Fragen

Beispiel: Frage: p ? Antwort 1: p ! oder Antwort 2: $\neg p$!

2.26 Literaturhinweise

- Ernst Tugendhat, Ursula Wolf: Logisch-semantische Propädeutik**
- Wolfgang Detel: Grundkurs Philosophie - Band 1: Logik**
- Paul Hoyningen-Huene: Einführung in die Logik**
- Thomas Zoglauer: Einführung in die formale Logik für Philosophen**
- Winfried Löffler: Grundkurs Philosophie - Band 18: Einführung in die Logik**
- Jörg Hardy, Christoph Schamberger: Logik der Philosophie - Einführung in die Logik und Argumentationstechnik...**
- Irving M. Copi: Einführung in die Logik, UTB Verlag**

Joachim Stiller Münster, 2015